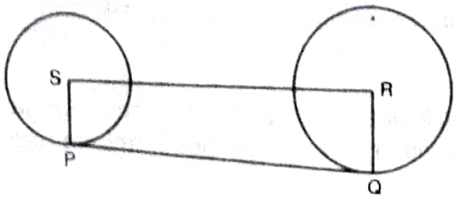
5. Perhatikan gambar berikut!



Dua buah lingkaran berpusat di titik S dan R diletakkan bersinggungan dengan garis PQ di titik P dan Q. Garis SP dan RQ sejajar. Jika panjang SP = 5 cm dan RQ = 14 cm, serta SR = 15 cm, tentukan luas trapesium SPQR!

Jawab: _____

_____

_____

C Lingkaran dan Tali Busur

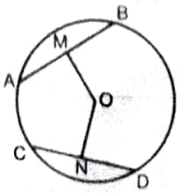
Tali busur adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik pada busur lingkaran.

Pemantik Belajar

1. Apa yang dimaksud dengan tali busur?
2. Apa yang dimaksud dengan segi empat tali busur?

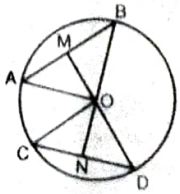
Teorema 4

Panjang dua buah tali busur pada sebuah lingkaran sama jika dan hanya jika jarak pusat ke tali busur tersebut sama.



AB = CD jika dan hanya jika OM = ON.

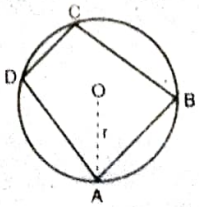
Bukti:



Diketahui AB = CD akan dibuktikan OM = ON.
Perhatikan segitiga AOB dan COD!
Diperoleh panjang OA = OC, OB = OD, dan AB = CD
Karena ketiga sisi dari dua segitiga sama, maka $\Delta AOB \cong \Delta COD$.
Sehingga OM = ON.

1. Segi Empat Tali Busur

Segi empat tali busur adalah bangun datar berbentuk segi empat yang setiap titik sudutnya berada pada busur lingkaran. Setiap sudut yang dibentuk pada segi empat tali busur dalam lingkaran merupakan sudut keliling yang menghadap busur berbeda.

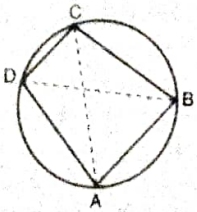


Gambar di samping merupakan lingkaran dengan pusat di O dan berjari-jari r.
AB, BC, CD, dan AD merupakan tali busur lingkaran.
ABCD merupakan segi empat tali busur.

a. Hubungan Diagonal Segi Empat Tali Busur

1) Teorema 5

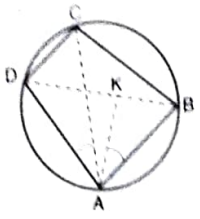
Jumlah dari hasil kali panjang sisi-sisi yang berseberangan sama dengan hasil kali panjang diagonalnya.



$AB \times CD + AD \times BC = AC \times BD$

Teorema tersebut dikenal dengan teorema Ptolemeus.

Bukti:



Buat titik K pada diagonal BD sehingga besar $\angle DAC = \angle BAK$!

Perhatikan bahwa ΔABK sebangun dengan ΔACD karena $\angle DAC = \angle BAK$ dan $\angle ACD = \angle ABK$ (keduanya sudut keliling sehingga sama besar). Dengan demikian berlaku:

$\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BK}$

$\Leftrightarrow AC \times BK = AB \times CD \ldots (1)$

Perhatikan bahwa ΔADK sebangun dengan ΔABC karena $\angle DAK = \angle BAC$ dan $\angle ADK = \angle ACB$ (keduanya sudut keliling sehingga sama besar). Dengan demikian berlaku:

$\frac{DK}{AD} = \frac{BC}{AC} \Leftrightarrow AC \times DK = AD \times BC \ldots (2)$

Jumlahkan persamaan (1) dan (2):

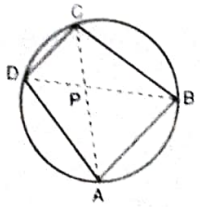
$AC \times BK + AC \times DK = AB \times CD + AD \times BC \Leftrightarrow AC \times (BK + DK) = AB \times CD + AD \times BC$

$\Leftrightarrow AC \times BD = AB \times CD + AD \times BC$

Jadi, teorema terbukti.

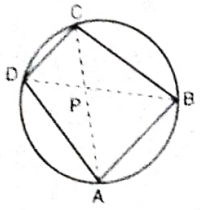
2) Teorema 6

Hasil kali bagian-bagian diagonalnya adalah sama.



$AP \times PC = BP \times PD$

Bukti:



$\angle ACB$ dan $\angle ADB$ menghadap busur AB, maka besar $\angle ACB = \angle ADB$.

$\angle APD$ bertolak belakang dengan $\angle BPC$, maka besar $\angle APD = \angle BPC$.

$\angle DAP = \angle CBP$

Karena ketiga sudut dari dua segitiga sama, maka $\Delta CPB \cong \Delta APD$.

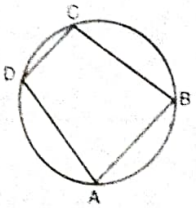
$\frac{AP}{BP} = \frac{PD}{PC} \Leftrightarrow AP \times PC = BP \times PD$

Jadi, teorema terbukti.

b. Hubungan Sudut Dalam Segi Empat Tali Busur

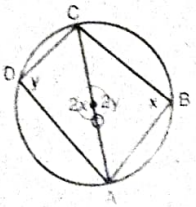
Teorema 7

Jumlah dua sudut saling berhadapan adalah 180°.



$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

Bukti:



$2x + 2y = 360^\circ$

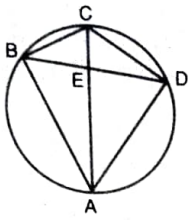
$x + y = 180^\circ$

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

Jadi, teorema terbukti.

Contoh:

1. Perhatikan gambar berikut!



Diketahui segi empat tali busur ABCD dengan CE = 4 cm, AC = 19 cm, dan BE = 6 cm. Tentukan panjang BD!

Alternatif Penyelesaian:

CE = 4 cm

AC = 19 cm $\Rightarrow$ AE = AC – CE = 19 – 4 = 15 cm

BE = 6 cm

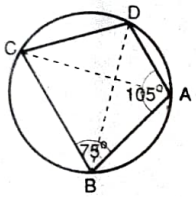
Menggunakan sifat BE × DE = CE × AE diperoleh:

$DE = \frac{CE \times AE}{BE} = \frac{4 \times 15}{6} = \frac{60}{6} = 10$

BD = BE + DE = 6 + 10 = 16

Jadi, panjang BD adalah 16 cm.

2. Perhatikan gambar berikut!



Jika besar $\angle BAD = 105^\circ$ dan besar $\angle ABC = 75^\circ$, tentukan besar $\angle BCD$ dan besar $\angle ADC$!

Alternatif Penyelesaian:

$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \Leftrightarrow 105^\circ + \angle BCD = 180^\circ \Leftrightarrow \angle BCD = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ \Leftrightarrow 75^\circ + \angle ADC = 180^\circ \Leftrightarrow \angle ADC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$



Latihan 6

Nilai

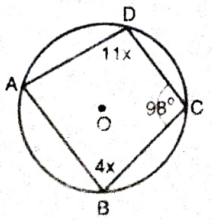
Kerjakan soal-soal berikut dengan benar!

1. Titik A, B, C, dan D terletak pada sisi lingkaran sehingga keempat titik ini membentuk bangun layang-layang dengan AB = AD = 8 cm dan BC = CD = 15 cm. Tentukan luas layang-layang ABCD!

Jawab: _____

_____

2. Perhatikan gambar berikut!



Pada gambar tersebut diketahui $\angle ABC = 4x$, $\angle ADC = 11x$, dan $\angle BCD = 98^\circ$. Tentukan nilai x, $\angle ABC$, $\angle ADC$, dan $\angle BAD$!

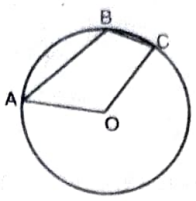
Jawab: _____

_____

_____

_____

3. Perhatikan gambar berikut!



Jika $\angle AOC = 112^\circ$, tentukan besar $\angle ABC$!

Jawab: _____

_____

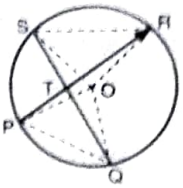
_____

_____

2. Sudut antara Dua Tali Busur

a. Saling Berpotongan di Dalam Lingkaran

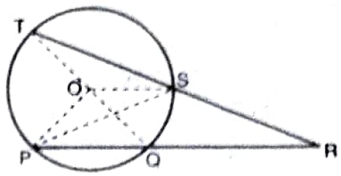
Besar sudut antara dua tali busur yang berpotongan di dalam lingkaran adalah setengah kali dari jumlah sudut pusat yang berada di depan dan di belakangnya.



$\angle PTS = \frac{1}{2}(\angle POS + \angle QOR)$

b. Saling Berpotongan di Luar Lingkaran

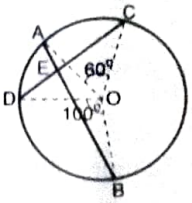
Besar sudut antara dua tali busur yang berpotongan di luar lingkaran adalah setengah kali dari sudut pusat yang terletak di antara kedua tali busur tersebut.



$\angle TRP = \frac{1}{2}(\angle TOP - \angle SOQ)$

Contoh:

1. Perhatikan gambar berikut!



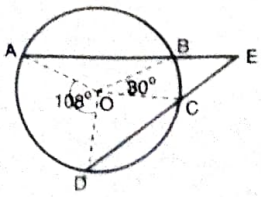
Diketahui $\angle AOC = 60^\circ$ dan $\angle BOD = 100^\circ$. Tentukan besar $\angle AEC$!

Alternatif Penyelesaian:

$\angle AEC$ menghadap busur AC yang diapit oleh tali busur AB dan CD.

$$\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle AOC + \angle BOD)$$
$$= \frac{1}{2}(60^\circ + 100^\circ)$$
$$= \frac{1}{2}(160^\circ) = 80^\circ$$

2. Perhatikan gambar berikut!



Jika besar sudut pusat $AOD = 108^\circ$ dan besar sudut pusat $BOC = 30^\circ$, tentukan besar sudut AED!

Alternatif Penyelesaian:

$$\angle AED = \frac{1}{2}(\angle AOD - \angle BOC) = \frac{1}{2}(108^\circ - 30^\circ)$$
$$= \frac{1}{2}(78^\circ)$$
$$= 39^\circ$$

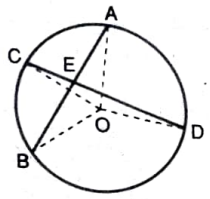
Ayo Berlatih

Latihan 7

Nilai

Kerjakan soal-soal berikut dengan benar!

1. Perhatikan gambar berikut!



Jika besar $\angle AOC = 55^\circ$ dan $\angle BOD = 150^\circ$, tentukan:

a. besar $\angle AEC$

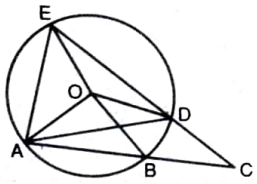
b. besar $\angle BEC$

Jawab: _____

_____

_____

2. Perhatikan gambar berikut!



Titik O merupakan titik pusat lingkaran. Diketahui besar $\angle AOE = 98^\circ$ dan $\angle BOD = 34^\circ$. Tentukan besar $\angle BCD$!

Jawab: _____

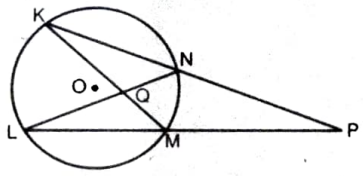
_____

Ayo Lakukan

Aktivitas

Nilai

1. Diskusikan dengan teman Anda!
2. Antara dua tali busur, terdapat sudut yang saling berpotongan. Bagaimana cara menentukan besar sudut yang berpotongan di luar lingkaran?
3. Perhatikan gambar berikut!



Diketahui besar $\angle NOM = 40^\circ$ dan $\angle KQL = 70^\circ$.

4. Berdasarkan masalah tersebut, diskusikan secara berkelompok bagaimana cara menentukan besar $\angle KPL$ dan berapa besar sudut tersebut!
5. Presentasikan hasil diskusi Anda!

Ayo Berlatih

Asesmen Formatif 3

Nilai

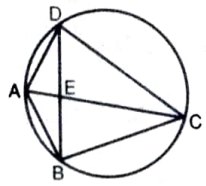
Kerjakan soal-soal berikut dengan benar!

1. Diberikan segi empat tali busur lingkaran ABCD dengan AB = 17 cm, BC = $\frac{51}{4}$ cm, CD = $\frac{75}{4}$ cm, AD = 10 cm, dan BD = 21 cm. Jika panjang AC adalah $\frac{a}{b}$, dengan a, b relatif prima, tentukan nilai $\sqrt{a - b}$!

Jawab: _____

_____

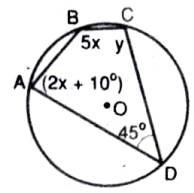
2. Perhatikan gambar berikut!



Diketahui segi empat tali busur ABCD dengan AE = 3 cm, AC = 15 cm, dan BE = 9 cm. Tentukan panjang BD!

Jawab: _____

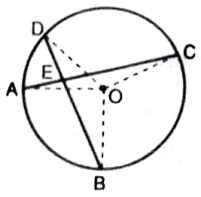
3. Perhatikan gambar berikut!



Bangun datar ABCD adalah segi empat tali busur dari lingkaran yang berpusat di titik O. Tentukan besar sudut BCD!

Jawab: _____

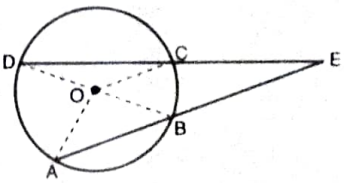
4. Perhatikan gambar berikut!



Jika besar $\angle BOC = 118^\circ$ dan $\angle AOD = 42^\circ$, tentukan besar $\angle AED$, besar $\angle BEC$, besar $\angle DEC$, dan besar $\angle AEB$!

Jawab: _____

5. Perhatikan gambar berikut!



Jika besar sudut pusat AOD sama dengan 104° dan besar sudut pusat BOC sama dengan 30°, tentukan besar sudut AED!

Jawab: _____

Refleksi

1. Apakah Anda sudah memahami materi lingkaran dan busur lingkaran?
2. Apakah Anda sudah memahami materi lingkaran dan garis singgung?
3. Apakah Anda sudah memahami materi lingkaran dan tali busur?
4. Apa manfaatnya bagi Anda?
5. Materi mana yang paling Anda suka?

Ayo Berlatih

Asesmen Sumatif 2

Nilai

A. Proyek

Rancanglah masalah terkait segi empat tali busur, kemudian selesaikan! Presentasikan hasilnya di depan kelas!