Turunan Fungsi Trigonometri

1. Rangkuman Materi Inti

Kunci dari materi ini adalah menghafal **3 Rumus Dasar** dan memahami urutan penurunannya.

A. Rumus Dasar

Formula Dasar Turunan Fungsi Trigonometri.

1. $y = sinx \rightarrow y' = cosx$
2. $y = cosx \rightarrow y' = -sinx$
3. $y = tanx \rightarrow y' = sec^2x$

B. Rumus Pengembangan

1. $y = sin\, f(x) \rightarrow y' = f'(x).cosf(x)$
2. $y = cos\, f(x) \rightarrow y' = -f'(x).sinf(x)$
3. $y = tan\, f(x) \rightarrow y' = f'(x).sec^2f(x)$

C. Aturan Rantai (The Chain Rule)

Untuk fungsi yang lebih rumit, gunakan metode "Kupas Bawang" atau urutan **PaTriA**:

1. **Pa**ngkat → Turunkan pangkat luarnya dulu (jika ada).
2. **Tri**gonometri → Turunkan fungsi trigonometrinya (sin, cos, tan).
3. **A**ljabar → Turunkan fungsi aljabar di dalam sudutnya.

---

2. Contoh Soal & Pembahasan

Tingkat 1: Mudah (Manipulasi Sudut)

Soal: Tentukan turunan pertama dari $y = sin(5x - 2)$

Pembahasan:

Gunakan prinsip **Tri-A** (Trigonometri - Aljabar) karena tidak ada pangkat luar.

1. Turunkan Trigonometri: Turunan $sin(\ldots\ldots\ldots)$ adalah $cos(\ldots\ldots\ldots)$
2. Turunkan Sudut: Turunan $(5x - 2)$ adalah 5
3. Gabungkan:

$$y' = 5.\cos(5x - 2)$$

Tingkat 2: Sedang (Bentuk Pangkat / Aturan Rantai Lengkap)

Soal: Tentukan turunan dari $y = cos^3(2x)$

Pembahasan:

Gunakan prinsip **Pa-Tri-A** (Pangkat - Trigonometri - Aljabar).

1. **Pangkat:** Pangkat 3 turun ke depan, pangkat kurangi satu jadi 2, maka menjadi $3.cos^2(2x)$
2. **Trigonometri:** Turunan $\cos(2x)$ adalah $-\sin(2x)$
3. **Sudut:** Turunan $(2x)$ adalah 2

Gabungkan:

$$y' = 3.cos^2(2x).(-\sin(2x)).2$$

Susun angkanya: $3.(-1).2 = -6$

$$y' = -6.cos^2(2x).\sin(2x)$$

Tingkat 3: Sulit (Perkalian u . v)

Soal: Tentukan turunan dari $f(x) = x^2.sinx$

Pembahasan:

Karena ini perkalian dua fungsi, pakai rumus: $y' = u'.v + u.v'$

- $u = x^2 \rightarrow u' = 2x$
- $v = sinx \rightarrow v' = cosx$

Masukan ke rumus:

$$f'(x) = (2x)(sinx) + (x^2)(cosx)$$

$$f'(x) = 2x.sinx + x^2.cosx$$

---

3. Latihan Soal Mandiri

Coba kerjakan ini di kertasmu. Kunci jawaban ada di bagian bawah (jangan diintip dulu ya!).

1. **[Mudah]** Turunan dari $y = \cos(3x + \pi)$ adalah...
2. **[Sedang]** Jika tan^2x, tentukan y'.

3. **[Sulit]** Tentukan turunan dari $y = \sin(2x) \,.\cos\,(3x)$.

---

4. Rancangan LKPD (Lembar Kerja Peserta Didik)

Ini adalah format sederhana untuk kegiatan di kelas atau belajar mandiri.

Judul Kegiatan: Detektif Trigonometri

Tujuan: Mengidentifikasi pola aturan rantai pada fungsi trigonometri.

Langkah Kerja:

1. **Analisis Masalah:** Perhatikan fungsi $y = sin^4(3x)$
   - Fungsi luar (Pangkat): $(\ldots\ldots\ldots\ldots)^4$
   - Fungsi tengah (Trigonometri): $\sin\,(\ldots\ldots\ldots\ldots)$
   - Fungsi dalam (Aljabar): $3x$
2. **Diferensiasi Bertahap:**
   - Turunan Pangkat: $4(\ldots\ldots\ldots)^3$
   - Turunan Trigonometri: $\cos\,(\ldots\ldots\ldots)$
   - Turunan Aljabar: 3
3. **Kesimpulan:**
   - Gabungkan ketiga hasil di atas menjadi satu persamaan utuh.
   - Hasil Akhir: $y' = \cdots$

Bagaimana menurutmu bahan ajar ini?

Latihan Soal

1. Tentukan turunan fungsi dari $y = \sin(2x + 3)$.
2. Tentukan turunan fungsi dari $y = \cos(2x^2 - x)$.
3. Tentukan turunan fungsi dari $y = \tan(2x^3 - 5)$.
4. Turunan pertama $y = sin\sqrt{2x}$ adalah ...
5. Jika $f(x) = 3\cos(6 - 3x)$ maka $f'(x) = \cdots$
6. Jika $y = 2\cos(x^2 - 2x)$ maka $\frac{dy}{dx} = \cdots$
7. Jika $f(x) = tan\sqrt{x}$ maka $f'(x) = \cdots$
8. Jika $f(x) = \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}$, maka $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \ldots$