Bab 2

Lingkaran

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat menjelaskan teorema terkait sudut pusat dan sudut keliling lingkaran.
2. Peserta didik dapat menjelaskan panjang busur dan luas juring lingkaran.
3. Peserta didik dapat menjelaskan garis singgung lingkaran.
4. Peserta didik dapat menjelaskan garis singgung persekutuan dalam.
5. Peserta didik dapat menjelaskan garis singgung persekutuan luar.
6. Peserta didik dapat menjelaskan segi empat tali busur.
7. Peserta didik dapat menjelaskan sudut antara dua tali busur.

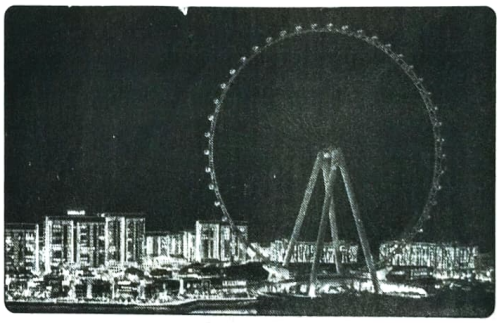
Profil Pelajar Pancasila

Kreatif, bernalar kritis, dan mandiri.

Perhatikan gambar berikut!



Sumber: *https://www.tvonenews.com*, diunduh 22 Februari 2023



Sumber: *https://travel.kompas.com*, diunduh 3 Februari 2023

Perhatikan roda sepeda! Roda sepeda berbentuk lingkaran. Pada roda sepeda tersebut terdapat jeruji yang panjangnya sama. Jeruji tersebut menghubungkan pusat roda dengan keliling roda. Hal ini menunjukkan bahwa lingkaran mempunyai titik pusat dan jari-jari. Pernahkah Anda naik bianglala? Jarak antara penumpang bianglala dapat ditentukan menggunakan konsep busur lingkaran dan tali busur.

Ayo Telusuri

Pemantik Belajar

1. Apa yang dimaksud dengan lingkaran?
2. Apa saja sifat-sifat lingkaran?

Ayo Pahami

Kata Kunci

Busur lingkaran
Sudut pusat
Sudut keliling
Garis singgung
Tali busur
Segi empat tali busur

A Lingkaran dan Busur Lingkaran

1. Sudut Pusat dan Sudut Keliling Lingkaran

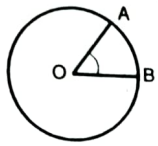
Sudut pusat adalah sudut yang dibentuk oleh dua jari-jari lingkaran yang titik sudutnya merupakan titik pusat lingkaran. Sudut pusat menghadap busur lingkaran AB (gambar (i)).

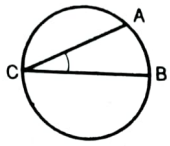
Ayo Telusuri

Pemantik Belajar

1. Apa yang dimaksud sudut pusat?
2. Bagaimana hubungan sudut pusat dan sudut keliling?

Sudut keliling adalah sudut yang dibentuk oleh dua tali busur dan titik sudutnya terletak pada lingkaran. Sudut keliling menghadap busur AB (gambar (ii)).

(i) 

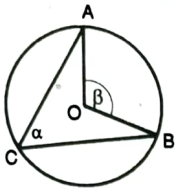
(ii) 

Sifat-Sifat Sudut Pusat dan Sudut Kelilling Lingkaran

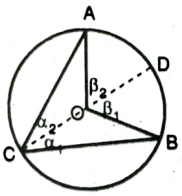
a. Teorema 1

Besar sudut pusat adalah dua kali besar sudut keliling yang menghadap pada busur yang sama.

$\angle AOB = 2 \times \angle ACB$



Bukti:



Tarik CD melalui titik O sehingga membelah α menjadi $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.
Perhatikan bidang BCD!
Panjang OB = panjang OC, maka ΔBOC adalah segitiga sama kaki.

$\angle OBC = \angle OCB$ (karena ΔBOC sama kaki)
$\angle BOC = 180^\circ - 2\alpha_1$ (jumlah sudut dalam ΔBOC adalah 180°)
$\angle BOC = 180^\circ - \beta_1$ (ΔBOC adalah pelurus ΔBOD)
$\beta_1 = 2\alpha_1 \ldots (1)$

Perhatikan bidang ACD!
Panjang OA = panjang OC, maka ΔAOC adalah segitiga sama kaki.

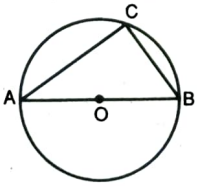
$\angle OAC = \angle OCA$ (karena ΔAOC sama kaki)
$\angle AOC = 180^\circ - 2\alpha_2$ (jumlah sudut dalam ΔAOC adalah 180°)
$\angle AOC = 180^\circ - \beta_2$ (ΔAOC adalah pelurus ΔAOD)
$\beta_2 = 2\alpha_2 \ldots (2)$

Menggunakan (1) dan (2):

$\beta = \beta_1 + \beta_2 = 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 2(\alpha_1 + \alpha_2) = 2\alpha$
$\angle AOB = 2\angle ACB$
Jadi, teorema terbukti.

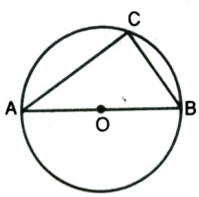
b. Teorema 2

Sudut keliling yang menghadap pada diameter lingkaran adalah sudut siku-siku.



$\angle ACB$ adalah sudut siku-siku.

Bukti:



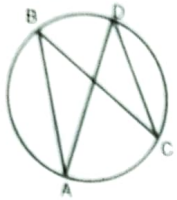
$\angle AOB = 180^\circ$

$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \angle AOB = \frac{1}{2}(180^\circ) = 90^\circ$

Jadi, terbukti bahwa $\angle ACB$ merupakan sudut siku-siku.

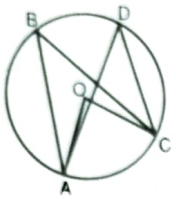
c. **Teorema 3**

Semua sudut keliling yang menghadap busur yang sama memiliki ukuran sudut atau besar sudut yang sama.



$\angle ABC = \angle ADC$

Bukti:



$\angle AOC$ merupakan sudut pusat, sedangkan $\angle ABC$ dan $\angle ADC$ merupakan sudut keliling. Ketiga sudut menghadap busur yang sama yaitu busur AC.

$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$ . . . (1)

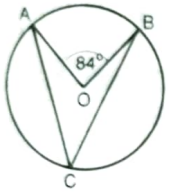
$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC$ . . . (2)

Dari (1) dan (2) diperoleh: $\angle ABC = \angle ADC$

Jadi, teorema terbukti.

Contoh:

1. Perhatikan gambar berikut!



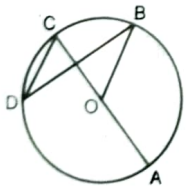
Jika besar $\angle AOB = 84^\circ$, tentukan besar $\angle ACB$!

Alternatif Penyelesaian:

$\angle AOB$ merupakan sudut pusat, sedangkan $\angle ACB$ merupakan sudut keliling. Kedua sudut menghadap busur yang sama yaitu busur AB.

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times \angle AOB$$
$$= \frac{1}{2} \times 84^\circ$$
$$= 42^\circ$$

2. Perhatikan gambar berikut!



Jika besar $\angle AOB = 120^\circ$, tentukan besar $\angle BDC$!

Alternatif Penyelesaian:

$\angle BOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\angle BOC$ merupakan sudut pusat, sedangkan $\angle BDC$ merupakan sudut keliling. Kedua sudut menghadap busur yang sama yaitu busur BC.

$$\angle BDC = \frac{1}{2} \times \angle BOC$$
$$= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

3. Perhatikan gambar berikut!



AB adalah diameter pada lingkaran. Jari-jari lingkaran 6,5 cm dan panjang AC = 5 cm. Tentukan:

a. besar ∠ACB
b. panjang AB
c. panjang BC

Alternatif Penyelesaian:

a. ∠ACB merupakan sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran.
   $\angle ACB = 90^\circ$

b. $AB = 2r = 2 \times 6{,}5 = 13$ cm

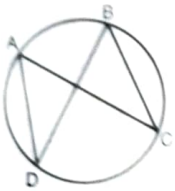
c. $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$

   $= \sqrt{13^2 - 5^2}$

   $= \sqrt{169 - 25}$

   $= \sqrt{144} = 12$ cm

4. Perhatikan gambar berikut!



Jika besar $\angle ADB = 36^\circ$, tentukan besar ∠ACB!

Alternatif Penyelesaian:

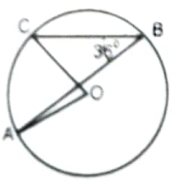
∠ADB dan ∠ACB merupakan sudut keliling. Kedua sudut menghadap busur yang sama yaitu busur AB. $\angle ACB = \angle ADB = 36^\circ$.

Latihan 1

Nilai

Kerjakan soal-soal berikut dengan benar!

1. Perhatikan gambar berikut!

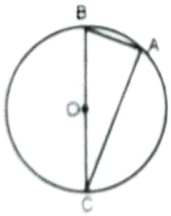


Diketahui titik O merupakan titik pusat lingkaran. Tentukan besar ∠AOC!

Jawab: _____

_____

2. Perhatikan gambar berikut!



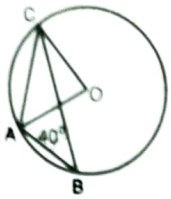
Ruas garis BC merupakan diameter lingkaran. Tentukan besar ∠BAC!

Jawab: _____

_____

_____

3. Perhatikan gambar berikut!



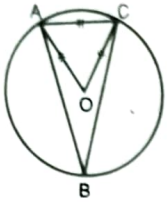
Diketahui besar $\angle ABC = 40^\circ$. Tentukan besar:

a. $\angle AOC$
b. $\angle OAC$
c. $\angle OCA$

Jawab: _____

_____

4. Perhatikan gambar berikut!



Titik O merupakan titik pusat lingkaran. Tentukan besar:

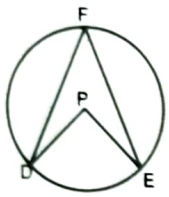
a. $\angle AOC$
b. $\angle ABC$

Jawab: _____

_____

_____

5. Perhatikan gambar berikut!



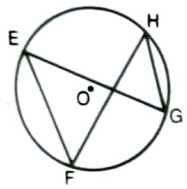
Diketahui besar $\angle DFE = 50^\circ$ dan $\angle DPE = (3x + 10^\circ)$. Tentukan nilai x!

Jawab: _____

_____

_____

6. Perhatikan gambar berikut!



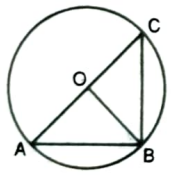
Titik O adalah titik pusat lingkaran dan besar $\angle EGH = 48^\circ$. Tentukan besar $\angle EFH$!

Jawab: _____

_____

_____

7. Perhatikan gambar berikut!



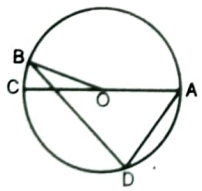
Lingkaran O berjari-jari 8 cm. Tentukan:

a. besar $\angle ABC$
b. jika $\angle AOB = 90^\circ$, tentukan besar $\angle OAB$
c. panjang AB

Jawab: _____

_____

8. Perhatikan gambar berikut!



Titik O adalah titik pusat lingkaran dan besar $\angle ADB = 80^\circ$. Tentukan besar $\angle BOC$!

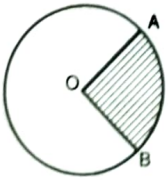
Jawab: _____

_____

_____

2. Panjang Busur dan Luas Juring

Perhatikan gambar berikut!



Gambar di samping menunjukkan sebuah lingkaran dengan titik pusat titik O. Ruas garis OA dan OB disebut jari-jari lingkaran O. Garis lengkung AB dinamakan busur AB dan daerah yang diarsir disebut sebagai juring AOB. Adapun sudut yang dibentuk oleh jari-jari OA dan OB serta menghadap ke busur AB dinamakan sudut pusat lingkaran yaitu $\angle AOB$.